Відповіді і вказівки

1.

1.1. Ні, оскільки, якщо результат експерименту однозначний і заздалегідь відомий, то такий експеримент не вважається випадковим.

2. Так. 3. Ні, $\Omega \neq \varnothing$. 4. Так. 5. Ні. 6. Ні. 7. Ні.

2.1. $\Omega = \{(x, y) : x \text{ і } y \in \{\text{Г}, \text{Ц}\}\}$. 2. $\Omega = \{(x, y, z) : x, y \text{ і } z \in \}\text{Г}, \text{Ц}\}\}$.

3. $\Omega = \{(x, y) : x \text{ і } y \in \overline{1,6}\}$. 4. $\Omega = \{(x, y, z) : x, y \text{ і } z \in \overline{1,6}\}$.

5. $\Omega = \{(x_1, \ldots, x_m) : x_i \in \overline{1,6} \text{ для кожного } i \in \overline{1,6}\}$.

6. Якщо скриньки розрізняються, то $\Omega = \{(x, y) : x \in \overline{1,3},\ y \in \overline{0,3}\}$, x – номер скриньки, y – кількість предметів у скриньці. Якщо скриньки не розрізняються, то $\Omega = \{0, 1, 2, 3\} = \{y : y \in \overline{0,3}\} = \overline{0,3}$, y – кількість елементів у скриньці.

7. $\Omega = [0; +\infty)$. 8. $\Omega = \{(x, y) : x_i\ y \in [t_1; t_2]\}$.

3. 6 . **4.** Ні. **5.** $\Omega = \overline{10,99}$ **. 6.** 1) $\Omega_1 = \{11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99\}$;
2) $\Omega = \overline{10,99} \setminus \Omega_1$.

7. $\Omega = \{(1, \text{чер}),\ (2, \text{чер}),\ (3, \text{чор}),\ (4, \text{чор}),\ (5, \text{біл}),\ (6, \text{біл}),\ (7, \text{біл})\}$ або $\Omega = \{\text{"чер"}, \text{"чор"}, \text{"біл"}\}$.

8. $\Omega = \{(k_1, k_3), (k_1, k_4), (k_2, k_3), (k_2, k_4)\}$ **.**

9. $\Omega = \{(k_1, k_2),\ (k_1, k_3),\ (k_1, k_4),\ (k_2, k_3),\ (k_2, k_4),\ (k_3, k_4)\}$ причому вважають, що $(k_i, k_j) = (k_j, k_i),\ i \neq j$.

10. 1) так; 2) так; 3) так.

11. $\Omega = \{0, 1, 2, \ldots\}$ або $\Omega = \{(\delta, k), (c, k) : k \in \{0, 1, 2, \ldots\}\}$.

12. $\Omega = \{(x, y) : x_i\ y \in [18; 120]\}$.

13. 1) $\Omega = \{x_1 x_2 x_3 x_4 : x_i \in \overline{0,9}\}$; 2) $\Omega = \{x_1 x_2 x_3 x_4 : x_i \in \overline{0,9} \text{ і } x_i \neq x_j$ для $i \neq j\}$.

14. Ω утворюють усілякі сполучення з 10 претендентів по 3.

15. Ω утворюють усілякі сполучення з 1000 виробів по 5.

16. $\Omega = \{(x, y) : x$ – якесь сполучення з 100 теоретичних питань по 2, а y – якесь сполучення із 100 задач по 3$\}$.

17. 1) $\Omega_1 = \{(2, 3), \ldots, (2, 19), (3, 5), \ldots, (3, 19), \ldots, (17, 19)\}$;
2) $\Omega = \Omega_1 \bigcup \{(2, 2), \ldots, (3, 3), \ldots, (19, 19)\}$.

18. 1. $\Omega_1 = \{(x, y) \in R^2 : x < 1,\ \text{а}\ y > -1\}$.

2. $\Omega = \Omega_1 \bigcup \{(x, y) \in R^2 : x > 1,\ \text{а}\ y < -1\}$.

19. Ω утворюють усілякі сполучення з 16 команд по 4.

20. 1) $\Omega = \{1, 01, \ldots, \underbrace{0 \ldots 0}_{n}1\}$ – скінченний простір;

2) $\Omega=\{1,01,\dots,\underbrace{0\dots0}_{k}1,\dots\}$ – нескінченний простір.

2.

1.1. Ні, $\Omega\neq\varnothing$. 2. Взагалі кажучи, ні. 3. Ні. 4. Так. 5. Ні. 6. Так. 7. Ні. 8. Так. 9. Так. 10. Ні.

2.1.1) а) $\Omega_1=\{(1Г,2Г),(1Г,2Ц),(1Ц,2Г),(1Ц,2Ц)\}$;

б) $\Omega=\Omega_1\bigcup\{(2Г,1Г),(2Ц,1Г),(2Г,1Ц),(2Ц,1Ц\}$; 2) $\Omega=\{0,1,2\}$.

2. $\Omega=\{0,1\}$, де 0 відповідає кількості очок менша за 3, а 1 – кількість очок не менша за 3.

3. 1) а) $\Omega=\{(ri,\delta j),(\delta i,rj):i \text{ та } j\in\overline{1,6}\}$; б) $\Omega=\{(i,j):i \text{ та } j\in\overline{1,6}\}$;

2) $\Omega=\{2,3,\dots,12\}$.

3. Скористатися відповідними означеннями.

4. 1) $\{1,2\}\subset\{1,2,3\}\not\subset\{1,2\}$; 2) $\{1,2\}\subset\{1,2\}$; 3) $\{1,2\}\not\subset\{1,3\}\not\subset\{1,2\}$.

5. Такими є Ω та $\varnothing$.

6. Результат експерименту однозначний.

7. Придумати самому.

8. 1) так; 2) так. **9.** Ні. **10.** Один. **11.** Або події A, або жодній.

12. Події B. **13.** 1. $\Omega=\{Г,ЦГ,\dots,\underbrace{Ц\dots Ц}_{k\text{-}1}Г,\dots\}$. 2. $B=\overline{A}, C=A$.

14. Зобразити відповідні точки на площині XOY.

3.

1. 1. Так. 2. Ні. 3. Так. 4. Ні. 5. Так. 6. Ні. 7. Ні. 8. Ні. 9. Ні. 10. Так. 11. Так. 12. Так. 13. Так. 14. Так. 15. Так.

2. 1. Влучення в круг радіуса r_6. 2. Влучення в круг радіуса r_1.

3. Влучення в кільце, визначене радіусами r_k і r_{k+1}.

4. Неможлива подія. 5. Не влучення в круг радіуса r_k.

3-5. Скористатися відповідними означеннями.

Скористатися тим, що $\overline{\bigcup_k A_k}=\prod_k\overline{A_k}$ і $\overline{\prod_k A_k}=\bigcup_k\overline{A_k}$.

6. Скористатися тим, що $AB=\varnothing$ і тому $E\in A\Rightarrow E\notin B$.

7. Ні. **8.** $A\overline{B}=A-B$. **9.** $A=B$.

10. Скористатися відповідними означеннями.

11. 1) $A\overline{B}\overline{C}$; 2) $A+B+C$; 3) $AB\overline{C}$; 4) $AB\overline{C}+A\overline{B}C+\overline{A}BC+ABC$;
5) $(AB\overline{C}+A\overline{B}C+\overline{A}BC)\setminus ABC$; 6) $((A+B+C)\setminus(ABC))\bigcup(\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C})$; 7) $\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$.

12. 1. 1) $\sum_{i=1}^{\infty}A_i=\{Г,ЦЦГ,\dots,\underbrace{Ц\dots Ц}_{2k\text{-}2}Г,\dots\}$; 2) $\prod_{i=1}^{\infty}A_i=\{Г\}$;

3) $\overline{A}_{2k}=\overline{A}_{2k-1}=\{ЦГ,\dots,\underbrace{Ц\dots Ц}_{2k\text{-}1}Г,\underbrace{Ц\dots Ц}_{2k}Г,\underbrace{Ц\dots Ц}_{2k+1}Г,\dots\}$;

4) і 5) $A_1 \setminus A_2 = A_2 \setminus A_1 = \varnothing$; 6) і 7) $A_* = A^* = \sum_{i=1}^{\infty} A_i$.

2. 1) Ні; 2) так.

13. 1. $\Omega = \{б, яб, \ldots, \underbrace{я \ldots я}_{m-n}б\}$.

2. $A = \{\underbrace{я \ldots я}_{m-n}б\}$, $B = \{\underbrace{я \ldots я}_{m-n-1}б, \underbrace{я \ldots я}_{m-n}б\}$, $C = \varnothing$.

3. 1) $\overline{A} = \{б, яб, \ldots, \underbrace{я \ldots я}_{m-n-1}б\}$; $\overline{B} = \{я, яб, \ldots, \underbrace{я \ldots я}_{m-n-2}б\}$; $\overline{C} = \Omega$;

2) $A + B = B$, $A + C = A$, $B + C = B$, $A + B + C = B$;

3) $AB = A$, $AC = BC = ABC = \varnothing$;

4) $A \setminus B = \varnothing$, $B \setminus A = \{\underbrace{я \ldots я}_{m-n-1}б\}$, $A \setminus C = A$, $C \setminus A = \varnothing$;

$B \setminus C = B, C \setminus B = \varnothing$;

5) $\overline{A} + \overline{B} + \overline{C} = \Omega$; 6) $\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} = \overline{B}$; 7) $\overline{A + B + C} = \overline{B}$;

8) $\overline{ABC} = \overline{\varnothing} = \Omega$; 9) $A \setminus (B + C) = A \setminus B = \varnothing$,

$B \setminus (A + C) = B \setminus A = \{\underbrace{я \ldots я}_{m-n-1}б\}$, $C \setminus (A + B) = \varnothing$;

10) $A \setminus (BC) = A$, $B \setminus (AC) = B$, $C \setminus (AB) = \varnothing$.

14. $A = \{3, 6, 9\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$, $A + B = \{2, 3, 4, 6, 8, 9\}$, $AB = \{6\}$.

15. $\overline{A} = \{1, 3, 5\}$, $\overline{B} = \{3, 4, 5, 6\}$, $AB = \{2\}$, $A + B = \{1, 2, 4, 6\}$,
$\overline{A}\,\overline{B} = \{3, 5\}$, $\overline{A} + \overline{B} = \{1, 3, 4, 5, 6\} = \overline{AB}$, $\overline{A}B = \{1\}$, $A\overline{B} = \{4,6\}$.

16. $A = \{яяб, ябя, бяя, ябб, бяб, ббя, ббб\}$; $B = \{яяя\}$; $A + B = \Omega$; $AB = \varnothing$.

17. $\overline{A}$ – серед 4-х перевірених виробів бракованих немає.
$\overline{B}$ – серед 4-х перевірених виробів бракованих менше двох.
Вважати $E = \{x_1, x_2, x_3, x_4\} : x_i \in \{я, б\}, i \in \overline{1, 4}$.

18. 1. 1) Коли $A = \varnothing$, а $B = \Omega$. 2) Коли $A = \Omega$, а $B = \varnothing$. 3) Коли $A = B$. 2. 1) і 2) $X = \overline{B}$.

19. $D = A \cdot \sum_{k=1}^{4} B_k \cdot (C_1 + C_2)$, $\overline{D} = \overline{A} + \prod_{k=1}^{4} \overline{B}_k + \overline{C}_1 \overline{C}_2$.

20. 1. Ω складається з впорядкованих пар $(x, y), x$ і $y \in \overline{1,6}$.

2. Ω складається з невпорядкованих пар $\{x, y\}, x$ і $y \in \overline{1,6}$.

3. $\Omega = \{2, 3, \ldots, 12\}$ складається із сум випавших очок.

21. 1) $A \setminus (B + C)$, коли $A \not\subset (B + C)$; 2) $(AB) \setminus C$, коли $AB \not\subset C$; 3) ABC, коли $ABC \neq \varnothing$; 4) $A + B + C$; 5) $AB + AC + BC$, коли принаймні один додаток непорожній; 6) $A\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}C$, коли принаймні один додаток непорожній; 7) $AB\overline{C} + A\overline{B}C + \overline{A}BC$, коли принаймні один додаток непорожній; 8) $\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$; 9) $(A+B+C)\setminus(ABC)$.

22. Скористатися відповідними означеннями.

23. 1) C; 2) C; 3) $AB+C$; 4) A; 5) AB; 6) AB; 7) $A+B+C$.

24 – 25. Скористатися відповідними означеннями.

26. 1) A; 2) B; 3) AC; 4) $B+C$.

27 – 28. Спростити відповідні вирази, розкривши дужки.

29. 1. Ні. 2. Так. 3. Ні. 4. Так, відповідна кількість дорівнює подвоєній кількості відповідей “Ні”.

4.

1. 1. Ні. 2. Ні. 3. Ні. 4. Так. 5. Ні. 6. Ні. 7. Так. 8. Ні. 9. Так. 10. Ні. 11. Ні.

2. 1.1) $\Omega=\{+,-\}$, $S=S_*$ або $S=S^*$; 2) $\Omega=\{0,1,2\}$, $S=S_*$ або $S=S^*$, або $S=S_k=\{\varnothing,\Omega,\{k\},\Omega\setminus\{k\}\},k\in\overline{0,2}$.

3) $\Omega=\{ГГ,ГЦ,ЦГ,ЦЦ\}$, простір S утворити самостійно.

2. 1) $\Omega=\{б,ч,з\}$; 2) $\Omega=\{+,-\}$; S утворити самостійно.

3. 1) $\Omega=\overline{2,12}$; 2) $\Omega=\{+,-\}$; S утворити самостійно.

3. 1) 2; 2) 2 або 4; 3) 2 або 4, або 8.

4. 1. Скористатися властивостями подій 1_S-3_S.

2. Твердження неправильне, коли S складається з вимірних (за Лебегом) підмножин $A\subset[a;b]$.

5. 1. 1) – 3) Так. 2. 1) – 5) – Ні.

6. Наприклад, $\{\varnothing,\Omega,\{1\},\{2\},\{3\}\}$.

7. Наприклад, $S=\{\varnothing,\Omega,\{1\},\{2,3,4,5,6\}\}$.

8. Наприклад, $S=\{\varnothing,\Omega,[0,a\}(a,1]\}$, де $a\in(0;1)$. Кількість таких просторів континуальна.

9 – 10. Скористатися відповідними означеннями.

11. 2^n. **12.** 1. Ні. 2. Так. 3. Ні.

13.* 1). $S=S_*=\{\varnothing,\Omega\}$, коли $A=\varnothing$ або $A=\Omega$, а $B=A$ або $B=\overline{A}$; 2) $S=\{\varnothing,\Omega,A,\overline{A}\}$, коли $A=B$ або $A=\overline{B}$; 3) $S=\{\varnothing,\Omega,A,B,\overline{A},\overline{B},A+B,\overline{A+B}\}$, коли не виконується умова 1) і 2), причому $AB=\varnothing$; 4) якщо не виконуються умови 1) – 3), то S складається з $\varnothing$, Ω, AB, $A\setminus AB$, $B\setminus AB$ та усіляких операцій над цими множинами.

14. 1. $\Omega=\{ГГ,ЦЦ,ЦГГ,ГЦЦ,\ldots,\underbrace{ГЦ,\ldots,ГЦ}_{(k-1)\,\text{пар}\,ГЦ}ГГ,\underbrace{ЦГ,\ldots,ЦГ}_{(k-1)\,\text{пар}\,ЦГ}ЦЦ,$

$\underbrace{ЦГ,\ldots,ЦГ}_{k\,\text{пар}\,ЦГ}Г,\underbrace{ГЦ,\ldots,ГЦ}_{k\,\text{пар}\,ГЦ}Ц,\ldots\}.$

2. 1) $A=\{ГГ, ЦЦ, ГЦЦ, ЦГГ, ГЦГГ, ЦГЦЦ,$
$ГЦГЦЦ, ЦГЦГГ, ГЦГЦГГ, ЦГЦГЦЦ\}$;

2) $A=\{ГГ, ЦЦ, ГЦГГ, ЦГЦЦ, \ldots, \underbrace{ГЦ\ldots, ГЦ}_{(k-1)\,ГЦ}ГГ, \underbrace{ЦГ, \ldots, ЦГ}_{(k-1)\,ЦГ}ЦЦ, \ldots\}$;

3) $A=\{ЦГГ, ГЦЦ, ЦГЦГГ, ГЦГЦЦ, \ldots, \underbrace{ЦГ\ldots, ЦГ}_{k\,пар\,ЦГ}Г, \underbrace{ГЦ, \ldots, ГЦ}_{k\,пар\,ГЦ}Ц, \ldots\}$.

15. 1) – 3) – властивість 3_s; 4) довести, що $A_1 \cap A_2 = \overline{(\overline{A}_1 + \overline{A}_2)}$; 5) скористатися методом математичної індукції; 6) довести, що $\bigcap_{k=1}^{\infty} A_k = \overline{(\sum_{k=1}^{\infty} \overline{A}_k)}$; 7) довести, що $A_i \setminus A_j = A_i \cdot \overline{A}_j$.

16.* Не є. Розглянути $\Omega_1 = \Omega_2 = \{1, 2\}$, $S_1 = S_2 = S^*$.

17.* 1. Ні. 2. Ні.

18.* 1) Ні; 2) так; 3) ні; 4) тільки, якщо $n = 2^k$; 5) ні; 6) так.

5.

1. 1. Ні. 2. Ні. 3. Ні. 4. Ні. 5. Ні. 6. Ні. 7. Так. 8. Ні. 9. Ні. 10. Так. 11. Так.

2. $m \in \overline{0,10}$, $P_n^* \in \{0, \frac{1}{10}, \frac{2}{10}, \ldots, \frac{9}{10}, 1\}$. **3.** $m \in \overline{0,5}$, $P_n^* \in \{0, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, 1\}$.

4. $\Omega = \{б, ч, з\}$; $P_{1000}^*(\{б\}) = \frac{1}{2}$; $P_{1000}^*(\{ч\}) = \frac{3}{10}$; $P_{1000}^*(\{з\}) = \frac{2}{10}$, коли $S = S^*$; $P_{1000}^*(\{ч, з\}) = \frac{1}{2}$, $P_{1000}^*(\{б\}) = \frac{1}{2}$, коли $S = \{\varnothing, \Omega, \{б\}, \{ч, з\}\}$, а $P_{1000}^*(\{ч\})$ і $P_{1000}^*(\{з\})$ у даному випадку не визначено.

Аналогічно для інших просторів S.

5. $P_n^*(\{6\}) = \frac{6}{10}$; $P_n^*(\{5\}) = \frac{3}{10}$; $P_n^*(\{4\}) = \frac{5}{10}$; $P_n^*(\{1, 2, 3\}) = \frac{5}{100}$. Ці статистичні ймовірності й визначають відповідні простори S.

6. Скористатися відповідним означенням.

7. Скористатися відповідними означеннями або основними властивостями статистичної ймовірності.

8. 1. $P_{4040}^*(Г) = \frac{2048}{4040}$; $P_{12000}^*(Г) = \frac{6019}{12000}$; $P_{24000}^*(Г) = \frac{12012}{24000}$. 2. $\frac{73157}{145440}$.

3. $P_{4040}^*(Г) = \frac{20079}{40040}$. 4. Зробить висновок самостійно.

9–10. Зробить висновок самостійно. **11.** 138.

12 – 13. Скористатися відповідним означенням. **14.** Самостійно.

15. $0 \le P_n^*(AB) \le P_n^*(A) \le P_n^*(A+B) \le 1$ або $0 \le P_n^*(A-B) \le P_n^*(A) \le$ $\le P_n^*(A+B) \le 1$ тощо.

16. 1. $\Omega=\{(10,1),\ldots,(10,m),(2,1),\ldots,(2,3m)\}$; $P_n^*(A)=\dfrac{1}{4}$.

2. $\Omega=\{(25_1,25_2),(25_1,25_3),(25_2,25_1),(25_2,25_3),(25_3,25_1),(25_3,25_2)$,

$(5_1,25_1),\ldots,(5_1,25_3),\ldots,(5_7,25_1),\ldots,(5_7,25_3)\}$, $P_n^*(A)=\dfrac{6}{27}$.

3. Ω складається із сполучень з 52 карт по 26. $P_n^*(A)=\dfrac{(C_{26}^{13})^2}{C_{52}^{26}}$.

4. Ω складається із сполучень з 32 карт по 10. $P_n^*(A)=\dfrac{C_{24}^2\cdot 4}{C_{32}^{10}}$.

5. Ω складається із сполучень з 32 карт по 4.

$$P_n^*(A)=\frac{C_{28}^3\cdot C_4^1+C_{28}^2\cdot C_4^2\cdot C_{28}^1\cdot C_4^3+C_{28}^0\cdot C_4^4}{C_{32}^4}.$$

6. Ω складається з 5-значних десяткових чисел від 10000 до 99999, а також з наборів від 00000 до 09999. $P_n^*(A)=0{,}6976$.

7. Ω складається з усіляких перестановок 10 кубиків. $P_n^*(A)=\dfrac{24}{10!}$.

8. Ω складається з усіляких перестановок 5 карток. $P_n^*(A)=\dfrac{1}{5!}$.

9. Ω складається з усіляких перестановок 4 книг. $P_n^*(A)=\dfrac{2}{4!}$.

10. Ω складається з усіляких перестановок 10 книг. $P_n^*(A)=\dfrac{7!\cdot 3!\cdot 8}{10!}$.

11. Ω складається з усіляких наборів букв: $x_1x_2x_3x_4x_5$, де кожна буква x_i може бути вибраною 6-ма способами. $P_n^*(A)=\dfrac{1}{6^5}$.

12. Ω складається з 365 днів року. $P_n^*(A)=\dfrac{53}{365}$.

13. Ω складається з розміщень з 5 цифр по 3. $P_n^*(A)=\dfrac{1}{5}$.

14. 1) Ω складається з розміщень з 10 цифр по 2, не враховуючи ті, що починаються з 0. $P_n^*(A)=\dfrac{5}{81}$. 2) Ω складається з розміщень з 10 цифр по 3, не враховуючи ті, що починаються з 0. $P_n^*(A)=\dfrac{1}{24}$.

15. Ω складається з усіляких сполучень з 15 чисел по 2. $P_n^*(A)=\dfrac{1}{21}$.

16. Ω складається з учасників зборів. $P_n^*(A)=\dfrac{7}{72}$.

17. Ω складається з усіляких перестановок 6 кульок. $P_n^*(A)=\dfrac{5!\cdot 4}{6!}$.

18. $\Omega=\{(x,y): x\in\overline{1,6},\ y\in\overline{1,6}\}$; 1) $P_n^*(A)=\dfrac{1}{6}$; 2) $P_n^*(A)=\dfrac{5}{6}$.

19. $\Omega=\{((x,y,z),\ x+y+z): x,y$ і $z\in\overline{1,6}\}$.

1) $P_n^*(A)=\dfrac{27}{216}$; 2) $P_n^*(A)=\dfrac{25}{216}$; 3) $P_n^*(A)=\dfrac{108}{216}=\dfrac{1}{2}$.

20. Ω складається з усіляких сполучень з 20 гравців по 10.

1) $P_n^*(A)=\dfrac{2\cdot C_{18}^9}{C_{20}^{10}}$; 2) $P_n^*(A)=\dfrac{C_{16}^8\cdot C_4^2}{C_{20}^{10}}$.

21. Ω складається з усіляких розміщень m осіб за круглим столом, коли важливим є тільки сусіди зліва та справа. $P_n^*(A)=\dfrac{2}{m-1}$, коли $m\geq 3$. Якщо $m=2$, то $P_n^*(A)=1$.

22. Ω складається із 100 лотерейних білетів.

1) $P_n^*(A)=\dfrac{4}{100}$; 2) $P_n^*(A)=\dfrac{99}{100}$.

23. Простір Ω складається з усіляких сполучень із 100 білетів по 3. $P_n^*(A)=\dfrac{C_{100}^3-C_{75}^3}{C_{100}^3}$.

24. Ω складається зі сполучень з 10 білетів по 3.

1) $P_n^*(A)=\dfrac{8(C_5^2+C_3^2+C_2^2)}{C_{10}^3}$; 2) $P_n^*(A)=\dfrac{5\cdot C_3^2+2+C_5^2}{C_{10}^3}$.

25. Ω складається з $\dfrac{n}{r}$ білетів. $P_n^*(A)=\dfrac{mr}{n}$.

26. Ω складається зі сполучень з 10 білетів по 5.

1) $P_n^*(A)=\dfrac{C_8^4\cdot 2}{C_{10}^5}$; 2) $P_n^*(A)=\dfrac{C_8^3}{C_{10}^5}$; 3) $P_n^*(A)=\dfrac{C_{10}^5-C_8^5}{C_{10}^5}$.

27. Ω складається зі сполучень з $(n+m)$ білетів по k, де $k\leq n+m$.

$$P_n^*(A)=\begin{cases}0, \text{ коли } S>n \text{ або } S>k \text{ або } k-S>m,\\ \dfrac{C_m^{k-S}C_n^S}{C_{n+m}^k} \text{ в іншому разі.}\end{cases}$$

28. Ω складається з усіляких сполучень з 25 осіб по 4. $P_n^*(A)=\dfrac{C_5^2\cdot C_4^2}{C_{25}^4}$.

29. Ω складається зі сполучень з $n+k$ місць по n. $P_n^*(A)=\dfrac{C_{n+k-m}^{n-m}}{C_{n+k}^n}$.

6.

1. 1, 3, 5, 7, 17, 18, 19 – так, інші – ні. **2.** 1), 2) – так; інші – ні.
3 – 4. Скористатися відповідними означеннями та основними властивостями ймовірності.

5. 1. $\Omega=\overline{1,6}$, $P(\{i\})=\dfrac{1}{6}$, $A=\{2,3,5\}$, $P(A)=\dfrac{1}{2}$;

2. $\Omega=\{(x,y): x \text{ і } y\in[-a;a]\}$; S складається з вимірних (за Лебегом) фігур, що є частинами Ω, $P(B)=\dfrac{m(B)}{m(\Omega)}=\dfrac{m(B)}{4a^2}$, $B\in S$; $A=\{(x,y)\in\Omega: x^2+y^2\le r^2\}$.

$$P(A)=\begin{cases}\pi r^2/4a^2, \text{ коли } r\le a,\\ 1, \text{ коли } r\ge a\sqrt{2},\\ \dfrac{\pi r^2-8\int\limits_0^{\sqrt{r^2-a^2}}\sqrt{r^2-x^2}\,dx}{4a^2}, \text{ коли } a<r<a\sqrt{2}.\end{cases}$$

3. Ω складається з усіляких сполучень з 16 монет по 5; $S=S^*$, $P(\{E\})=\dfrac{1}{C_{16}^5}$, $E\in\Omega$. Подія A складається з тих сполучень, для яких відповідна грошова сума має вигляд $1\cdot 50+4\cdot 10$, або $2\cdot 25+3\cdot 10$, або $1\cdot 25+4\cdot 10$, або $3\cdot 25+2\cdot 10$; $P(A)=\dfrac{4}{C_{16}^5}$.

4. $\Omega=\{10,11,\ldots,99\}$, $A=\{11,22,\ldots,88,99\}$, $P(A)=\frac{1}{10}$.

5. $\Omega=\{(k_1,k_2),(k_1,k_3),(k_1,k_4),(k_2,k_3),(k_2,k_4),(k_3,k_4)\}$,

1) $A=\{(k_1,k_2)\}$, $P(A)=\frac{1}{6}$;

2) $A=\{(k_1,k_2),(k_1,k_3),(k_1,k_4)\}$, $P(A)=\frac{1}{2}$;

3) $A=\{(k_1,k_2),(k_2,k_3),(k_2,k_4)\}$, $P(A)=\frac{1}{2}$;

4) і 5) $P(A)=\frac{1}{2}$.

6. Ω складається з перестановок 4-х команд (літер).

1) A складається з тих перестановок, де першому місці стоїть літера K_1. $P(A)=\frac{1}{4}$;

2) A складається з тих перестановок, де першому місці стоїть літера K_2, а на другому – K_1. $P(A)=\frac{1}{12}$;

3) A складається з однієї перестановки: $K_3\,K_2\,K_4\,K_1$. $P(A)=\frac{1}{24}$;

4) $P(A)=\frac{1}{24}$.

6. 1. Ω складається з трійок (x_i,k_i,t_i), $i\in\overline{1,500}$, де x_i – ідентифікація позичальника, k_i – сума кредиту, t_i – термін кредиту; $S=S^*$, $P_n^*(\{E\})=\frac{1}{500}$.

2. 1) $P_n^*(A)=\frac{196}{250}$; 2) $P_n^*(A)=\frac{61}{500}$; 3) $P_n^*(A)=\frac{14}{125}$.

7. 1. Ω складається з трійок (x_i,S_i,P_i), $i\in\overline{1,m}$, де x_i – ідентифікація вкладника, S_i – сума вкладу, P_i – вік вкладника (у роках); $S=S^*$, $P_n^*(\{E\})=\frac{1}{n}$, $E\in\Omega$.

2. 1) $P_n^*(A)=0{,}30$; 2) $P_n^*(B)=0{,}72$; 3) $P_n^*(A+B)=0{,}80$; 4) $P_n^*(AB)=0{,}22$.

3. $A=\{(x_i,S_i,P_i)\in\Omega: S_i\ge 5\}$, $B=\{(x_i,S_i,P_i)\in\Omega: P_i\ge 30\}$,
$A\bigcup B=\{(x_i,S_i,P_i)\in\Omega: B_i\ge 5 \text{ або } P_i\ge 30\}$ і т.д.

8. 1. Ω складається з четвірок (x_i,p_i,c_i,o_i), $i\in\overline{1,200}$, де x_i – ідентифікація робітника, p_i – його вік, c_i – стаж роботи, o_i – освіта; простір подій – S^*, $P_n^*(\{E\})=\frac{1}{200}$, $E\in\Omega$.

2. 1) $A=\{(x_i,p_i,c_i,o_i)\in\Omega: p_i\ge 30\}$;

2) $B = \{(x_i, p_i, c_i, o_i) \in \Omega : o_i = \text{"вища"}\}$;
3) $C = \{(x_i, p_i, c_i, o_i) \in \Omega : c_i > 5\}$.

3. 1) $P_n^*(A) = \frac{2}{5}$; 2) $P_n^*(B) = \frac{31}{40}$; 3) $P_n^*(C) = \frac{3}{8}$;
4) $P_n^*(A+B) = \frac{17}{20}$; 5) $P_n^*(AC) = \frac{1}{10}$; 6) $P_n^*(\overline{A}) = \frac{3}{5}$;
7) $P_n^*(\overline{B}) = \frac{9}{40}$; 8) $P_n^*(\overline{C}) = \frac{5}{8}$; 9) $P_n^*(\overline{A+B}) = \frac{3}{20}$.

9. 1. Ω складається зі сполучень з 10 по 7; простір подій – S^*, $P(\{E\}) = \frac{1}{C_{10}^7}$, $E \in \Omega$.

2. Події A сприяють $C_6^4 \cdot C_4^3$ елементарні події.

3. $P_n^*(A) = \frac{C_6^4 C_4^3}{C_{10}^7} = \frac{1}{2} = P_n^*(\overline{A})$.

10. Ні. **11.** Ні. **12.** Скористатися формулою
$P_n^*(A+B) = P_n^*(A) + P_n^*(B) - P_n^*(AB)$.

7.

1. 1, 3, 4, 8, 10 – ні; 2, 5, 6, 7, 9 – так.
2. 1) – 3) $P_n^*(A/B) = 0$; 4) – 6) $P_n^*(A/B) = 1$.
3. 1. Так. 2. Так. 3. Так.
4. Скористатися відповідним означенням.
5. Скористатися відповідним означенням і формулою (7.2).
6. Скористатися відповідними означеннями.
7. $\frac{1}{6}$. **8.** 1. 0 або $\frac{1}{6}$. 2. Ні.
9. A_1 і A_2 незалежні $\Leftrightarrow$ 1) $\exists i \in \overline{1,2} : A_i = \varnothing$ або $A_i = \Omega$; або 2) A_1 містить 2 елементи, A_2 – 3, а $A_1 A_2$ – один елемент; або 3) A_1 містить 4 елементи, A_2 – 3, а $A_1 A_2$ – два елементи.
10. Скористатися відповідними означеннями.
11. Знайти $P_n^*(A_1 \overline{A}_2)$ і $P_n^*(A_1 \overline{A}_2 \overline{A}_3)$.
12. 1. Ω складається з усіляких сполучень з 25 білетів по 3.
2. A складається із сполучень з 20 білетів по 3.
3. $P_n^*(A) = \frac{C_{20}^3}{C_{25}^3} = P_n^*(A_1 A_2 A_3) = \frac{20}{25} \cdot \frac{19}{24} \cdot \frac{18}{23}$.

13. 1. $\Omega = \{п, нп, \ldots, \underbrace{н \ldots н}_{9}п\}$; $S = S^*$, $P_n^*(\{E\}) = \frac{1}{10}$; 2. $\frac{3}{10}$; 3. $\frac{1}{2}$.

14. Ω складається з наборів $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$, де x_1 – сполучення з 15 осіб по 3, x_2 – сполучення з 12 осіб по 3, x_3 – сполучення з 9 осіб по 3, x_4 – сполучення з 6 по 3 і x_5 – сполучення з 3 осіб по 3: $P_n^*(A) = \dfrac{C_{10}^2 \cdot 5 \cdot C_8^2 \cdot 4 \cdot C_6^2 \cdot 3 \cdot C_4^2 \cdot 2}{C_{15}^3 \cdot C_{12}^3 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3}$.

15. В обох випадках $P_n^*(A) = \dfrac{15}{20}$. **16.** 1. $\dfrac{3}{4}$. 2. $\dfrac{1}{5}$.

17. 1. $P_n^*(A/(A+B)) = \dfrac{P_n^*(A)}{P_n^*(A) + P_n^*(B) - P_n^*(AB)}$.

2. $P_n^*(A/(A+B)) = \dfrac{P_n^*(A)}{P_n^*(A) + P_n^*(B)}$.

3. A і $(A+B)$ незалежні, коли $P_n^*(A+B) = 1$ або $P_n^*(A) = 0$.

18. A і B незалежні. **19.** 1. Ні. 2. Зміниться.

20. 1. $\Omega = \{(b,n), (b,b), (n,b), (n,n)\}$.

2. $A_1 = \{(b,n), (b,b)\}$, $A_2 = \{(b,b), (n,b)\}$.

3. Скористатися тим, що $\{E\} = B_1 \cap B_2$, де $B_i \in \{A_i, \overline{A_i}\}$.

4. 1) $p_1 + p_2 - p_1 p_2$; 2) $P_n^*((b,n)) = p_1(1-p_2)$, $P_n^*((b,b)) = p_1 p_2$, $P_n^*((n,b)) = p_2(1-p_1)$, $P_n^*((n,n)) = (1-p_1)(1-p_2)$.

5. Лише коли $p_2 = p_1 = \dfrac{1}{2}$.

21. 1. $0{,}7^2 \cdot 0{,}8^3$. 2. $\Omega = \{(x_1 x_2 y_1 y_2 y_3):$ кожне x_i та $y_i \in \{1, 0\}\}$.

3. $A = \{(1,1,1,1,1)\}$. 4. Ні.

22. $0{,}72$. **23.** 1. Так. 2. Ні. **24.** $\dfrac{1}{360}$. **25.** 1) $\dfrac{1}{22}$; 2) $\dfrac{7}{44}$; 3) $\dfrac{37}{44}$; 4) $\dfrac{21}{22}$.

8.

1. 1, 2, 4 – ні; 3, 5, 6, 7 – так. **2**. 1) $\dfrac{2}{5}$; 2) $\dfrac{2}{3}$; 3) $\dfrac{1}{3}$.

3. Від супротивного. **4.** 1) $\dfrac{3}{4}$; 2) $\dfrac{8}{30}$. **5.** $0{,}328$. **6.** $0{,}168$.

7. $1 - \prod\limits_{k=1}^{10}(1-p_k)$. **8.** $0{,}9496$. **9.** $0{,}625$ і $0{,}3125$.

10. 1) $0{,}95 \cdot 0{,}98 + 0{,}003$; 2) а) $\dfrac{0{,}95 \cdot 0{,}98}{0{,}95 \cdot 0{,}98 + 0{,}003}$; б) $\dfrac{0{,}95 \cdot 0{,}02}{1-(0{,}95 \cdot 0{,}98 + 0{,}003)}$.

11. $1 - \dfrac{95^5}{96 \cdot 97 \cdot 98 \cdot 99 \cdot 100}$. **12.** 1) $0{,}126$; 2) $0{,}004$.

13. 1) $0{,}003$; 2) $1-\frac{9}{10}\cdot\frac{17}{20}\cdot\frac{49}{50}$; 3) $0{,}0191$; 4) $0{,}997$.

14. $0{,}5$. **15.** 1. 1) $\frac{1}{4}-(\frac{1}{2})^{51}$; 2) $\frac{1}{8}-(\frac{1}{2})^{52}$; 3) $\frac{1}{4}-(\frac{1}{2})^{51}$. 2. $(\frac{1}{2})^{50}$.

9.

1. 1, 5, 7, 9, 11 – ні; 2, 3, 4, 6, 8, 10 – так.
2 – 8. Скористатися КЗМ, наприклад GRANом.
9. 1. 1) ні; 2) так. 2. Скористатися GRANом;
3. $P_n^*(\{0,2\})=0{,}4$; $P_n^*(\{4,6\})=0{,}6$.

10. 1.

x_i	1	2	3	4
p_i	$0{,}3$	$0{,}7\cdot 0{,}3$	$0{,}7^2\cdot 0{,}3$	$0{,}7^3$

2. Скористатися КЗМ.
3. 1) $P_n^*(\{2,3,4\})=0{,}7$; 2) $P_n^*(\{1,2,3\})=0{,}657$.

11. 1.

x_i	0	1	2	3
p_i	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

2. Скористатися КЗМ.
3. 1) $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{1}{2}$.

12. 1.

x_i	0	1	2	3	4	5
p_i	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{32}$

2. Скористатися КЗМ.
3. 1) $\frac{15}{16}$; 2) $\frac{1}{4}$.

10.

1. 1, 4 – ні; 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10 – так.
2 – 5. Скористатися КЗМ.

6. 1. $$f_n^*(x)=\begin{cases}5,\text{ коли } 0\le x<0{,}1,\\ 2,\text{ коли } 0{,}1\le x<0{,}2,\\ 1,\text{ коли } 0{,}2\le x<0{,}4,\\ 0{,}4,\text{ коли } 0{,}4\le x<0{,}5,\\ 0,\text{ коли } 0{,}5\le x<0{,}6,\\ 0{,}2,\text{ коли } 0{,}6\le x<0{,}7,\text{ або } 0{,}8\le x<0{,}9,\\ 0{,}1,\text{ коли } 0{,}7\le x<0{,}8,\text{ або } 0{,}9\le x<1.\end{cases}$$

2.

$[a_{i-1};a_i)$	$[0;\frac{1}{10})$	$[\frac{1}{10};\frac{2}{10})$	$[\frac{2}{10};\frac{3}{10})$	$[\frac{3}{10};\frac{4}{10})$	$[\frac{4}{10};\frac{5}{10})$
n_i	50	20	10	10	4
p_i	0,5	0,2	0,1	0,1	0,04

	$[\frac{5}{10};\frac{6}{10})$	$[\frac{6}{10};\frac{7}{10})$	$[\frac{7}{10};\frac{8}{10})$	$[\frac{8}{10};\frac{9}{10})$	$[\frac{9}{10};1)$
	0	2	1	2	1
	0	0,02	0,01	0,02	0,01

3. $0{,}32$.

7. 1. 1) ні; 2) так.

2. $$f_n^*(x)=\begin{cases}0{,}05, \text{ коли } 0\le x<2,\\ 0{,}2, \text{ коли } 2\le x<3,\\ 0{,}3, \text{ коли } 3\le x<4,\\ 0{,}4, \text{ коли } 4\le x<5.\end{cases}$$

3. Скористатися КЗМ. $f_n^*(x)$ неперервна і диференційована на $[0;5)$ за виключенням точок $x_1=2$, $x_2=3$, $x_3=4$; $\frac{d\,f_n^*(x)}{dx}=0$, коли $x\in[0;5)\setminus\{2,3,4\}$.

11.

1. 1, 2, 5, 7, 8 – так; 3, 4, 6 – ні.

2. 1) $$F_n^*(x)=\begin{cases}0, \text{ коли } x\le -1,\\ 0{,}25, \text{ коли } -1<x\le 0,\\ 0{,}75, \text{ коли } 0<x\le 1,\\ 1, \text{ коли } x>1;\end{cases}$$

2) скористатися КЗМ.

3. і **4.** Скористатися відповідними означеннями.

5. Скористатися КЗМ.

6. 1)

x_i	2	3	4	5	6
p_i	$\frac{1}{15}$	$\frac{3}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{5}{15}$

1. $F_n^*(x)=\begin{cases}0,\text{ коли } x\le 2,\\ \dfrac{1}{15},\text{ коли } 2<x\le 3,\\ \dfrac{4}{15},\text{ коли } 3<x\le 4,\\ \dfrac{6}{15},\text{ коли } 4<x\le 5,\\ \dfrac{10}{15},\text{ коли } 5<x\le 6,\\ 1,\text{ коли } x>6.\end{cases}$

2. Скористатися КЗМ.

3. Скрізь, крім точок 2, 3, 4, 5, 6, в яких $F_n^*(x)$ має розрив першого роду.

2)

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
p_i	$\frac{1}{80}$	$\frac{2}{80}$	$\frac{3}{80}$	$\frac{7}{80}$	$\frac{15}{80}$	$\frac{20}{80}$	$\frac{15}{80}$	$\frac{10}{80}$	$\frac{7}{80}$

1. $F_n^*(x)=\begin{cases}0,\text{ коли } x\le 1,\\ \dfrac{1}{80},\text{ коли } 1<x\le 2,\\ \dfrac{3}{80},\text{ коли } 2<x\le 3,\\ \dfrac{6}{80},\text{ коли } 3<x\le 4,\\ \dfrac{13}{80},\text{ коли } 4<x\le 5,\\ \dfrac{28}{80},\text{ коли } 5<x\le 6,\\ \dfrac{48}{80},\text{ коли } 6<x\le 7,\\ \dfrac{63}{80},\text{ коли } 7<x\le 8,\\ \dfrac{73}{80},\text{ коли } 8<x\le 9,\\ 1,\text{ коли } x>9.\end{cases}$

2. Скористатися КЗМ.

3. $F_n^*(x)$ неперервна скрізь, крім точок $x \in \overline{1,9}$, в яких вона має розрив першого роду.

8. 1. $C = \frac{5}{24}$.

2. $F_n^*(x) = \begin{cases} 0, \text{коли } x \le 1, \\ \frac{1}{2}, \text{коли } 1 < x \le 2, \\ \frac{5}{8}, \text{коли } 2 < x \le 3, \\ \frac{20}{24}, \text{коли } 3 < x \le 4, \\ 1, \text{коли } x > 4. \end{cases}$

3. $F_n^*(x)$ скрізь неперервна і диференційована, крім точок $x \in \overline{1,4}$, в яких вона має розрив першого роду; $\frac{d\,F_n^*(x)}{dx} = 0$, коли $x \notin \overline{1,4}$.

9. 1. $C_1 + C_2 = \frac{5}{9}$, $C_1 \ge 0, C_2 \ge 0$. Наприклад, $C_1 = \frac{2}{9}$, $C_2 = \frac{3}{9}$.

2. $F_n^*(x) = \begin{cases} 0, \text{коли } x \le 1, \\ \frac{1}{3}, \text{коли } 1 < x \le 2, \\ \frac{5}{9}, \text{коли } 2 < x \le 3, \\ \frac{8}{9}, \text{коли } 3 < x \le 4, \\ 1, \text{коли } x > 4. \end{cases}$

3. $F_n^*(x)$ скрізь неперервна і диференційована, крім точок $x \in \overline{1,4}$, в яких вона має розрив першого роду; $\frac{d\,F_n^*(x)}{dx} = 0$, коли $x \notin \overline{1,4}$.

10. 1. $F_n^*(x) = \begin{cases} 0, \text{коли } x \le 0, \\ \frac{1}{5}, \text{коли } 0 < x \le 1, \\ \frac{2}{5}, \text{коли } 1 < x \le 3, \\ \frac{3}{5}, \text{коли } 3 < x \le 4, \\ \frac{4}{5}, \text{коли } 4 < x \le 5, \\ 1, \text{коли } x > 6. \end{cases}$

2.

x_i	0	1	3	4	6
n_i	6	6	6	6	6
p_i	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$

11 – 15. Скористатися КЗМ.

12.

1. 1, 3, 7 – так; 2, 4, 5, 6 – ні.
2. Скористатися КЗМ.
3. Скористатися відповідними означеннями.

4. Оскільки $F_n^*(x) = b_i + C_i(x - a_{i-1}), a_{i-1} \le x < a_i$, то $\frac{d\,F_n^*(x)}{dx} = C_i$, коли $a_{i-1} < x < a_i$ і тому ця похідна може не існувати лише у точках $a_i, i \in \overline{0,k}$.

5. Скористатися КЗМ.

6. 1. $C = \frac{4}{5}$.

2. $F_n^*(x) = \begin{cases} 0, \text{коли } x \le 0, \\ x, \text{коли } 0 < x \le \frac{1}{3}, \\ \frac{1}{3} + \frac{4}{5}(x - \frac{1}{3}), \text{коли } \frac{1}{3} < x \le \frac{8}{9}, \\ \frac{7}{9} + 2(x - \frac{8}{9}), \text{коли } \frac{8}{9} < x \le 1, \\ 1, \text{коли } x > 1. \end{cases}$

3. Скористатися КЗМ.

4. $f_n^*(x) = \dfrac{d\,F_n^*(x)}{dx}$, коли $x \notin \{0, \frac{1}{3}, \frac{8}{9}, 1\}$.

7. 1. $C_1 = \dfrac{1}{3}$, $C_2 = \dfrac{4}{3}$.

2. Скористатися КЗМ.

3. $$f_n^*(x) = \begin{cases} 0, \text{коли } x < 0, \\ 2, \text{коли } 0 < x < \dfrac{1}{4}, \\ \dfrac{2}{3}, \text{коли } \dfrac{1}{4} < x < \dfrac{1}{2}, \\ \dfrac{4}{3}, \text{коли } \dfrac{1}{4} < x < \dfrac{3}{4}, \\ 0, \text{коли } x > \dfrac{3}{4}. \end{cases}$$

У точках $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ і 1 функція $f_n^*(x)$ не визначена, проте ці значення не впливають на $F_n^*(x)$, тому їх можна визначити довільно.

8. 1. Так.

2. $$F_n^*(x) = \begin{cases} 0, \text{коли } x \le \dfrac{1}{4}, \\ 2\,(x - \dfrac{1}{4}), \text{коли } \dfrac{1}{4} < x \le \dfrac{1}{2}, \\ \dfrac{1}{2} + \dfrac{2}{3}(x - \dfrac{1}{2}), \text{коли } \dfrac{1}{2} < x \le \dfrac{3}{4}, \\ \dfrac{2}{3} + \dfrac{4}{3}(x - \dfrac{3}{4}), \text{коли } \dfrac{3}{4} < x \le 1, \\ 1, \text{коли } x > 1. \end{cases}$$

3. $f_n^*(x)=\begin{cases}0, \text{коли } x<\frac{1}{4}, \\ 2, \text{коли } \frac{1}{4}<x<\frac{1}{2}, \\ \frac{2}{3}, \text{коли } \frac{1}{2}<x<\frac{3}{4}, \\ \frac{4}{3}, \text{коли } \frac{3}{4}<x<1, \\ 0, \text{коли } x>1. \end{cases}$

4. $F_n^*(x)$ скрізь неперервна, $f_n^*(x)$ розривна лише у точках $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ і 1. Обидві функції недиференційовані лише у вказаних точках.

5. $\frac{d\,F_n^*(x)}{dx}=f_n^*(x)$, коли $x\notin\{\frac{1}{4},\frac{1}{2},\frac{3}{4},1\}$.

9. 1. $\Omega=\{(г,е),(г,м),(г,з),(\bar{г},е),(\bar{г},м),(\bar{г},з)\}$.

2. Якщо висловити відповідність $(г,е)\leftrightarrow 1$, $(г,м)\leftrightarrow 2$, $(г,з)\leftrightarrow 3$, $(\bar{г},е)\leftrightarrow 4$, $(\bar{г},м)\leftrightarrow 5$, $(\bar{г},з)\leftrightarrow 6$, то спостереженні значення можна тлумачити як числа.

3. 1) так; 2) ні.

4.

x_i	1	2	3	4	5	6
p_i	0,1	0,25	0,17	0,15	0,30	0,03

Далі скористатися КЗМ.

6. 1) $P_n^*(A)=P_n^*(\{1,2,3\})=0{,}52$;

2) $P_n^*(B)=P_n^*(\{2,5\})=0{,}55$;

3) $P_n^*(\overline{A})=0{,}48=P_n^*(C)$;

7. нема. 8. 1) ні; 2) ні.

10. 1. 1) $k=\frac{1}{4}$ і розподіл неперервний; 2) $k=2$ і розподіл неперервний.

2. Скористатися КЗМ.

3. 1) $f_n^*(x)=\begin{cases}0, \text{коли } x<0, \\ \frac{1}{4}, \text{коли } 0<x<3, \\ 0, \text{коли } x>3, \end{cases}$ 2) $f_n^*(x)=\begin{cases}0, \text{коли } x<0, \\ 2, \text{коли } 0<x<\frac{1}{2}, \\ 0, \text{коли } x>\frac{1}{2}. \end{cases}$

4. 1) $\frac{1}{4}$; 2) 0.

11. Ні.

12 – 14. Скористатися КЗМ.

13.

1. 1, 2, 4 – так; 3, 5 – ні. **2 – 3.** Скористатися КЗМ.

4. $m_n^* = \sum_{i=1}^{k} x_i (F_n^*(x_{i+1}) - F_n^*(x_i))$, де x_{k+1} – будь-яке число, що є більшим за x_k; $D_n^* = \sum_{i=1}^{k} (x_i - m_n^*)^2 (F_n^*(x_{i+1}) - F_n^*(x_i))$; $\sigma_n^* = \sqrt{D_n^*}$.

5. 1) $m_n^* = \frac{39}{15}$; $D_n^* = \frac{39^2}{15^3} + \frac{9^2 \cdot 2}{15^3} + \frac{6^2 \cdot 4}{15^3} + \frac{21^2 \cdot 5}{15^3}$; $\sigma_n^* = \sqrt{D_n^*}$.

2) $m_n^* = 3{,}8$; $D_n^* = 4{,}8^2 \cdot 0{,}1 + 2{,}8^2 \cdot 0{,}2 + 0{,}8^2 \cdot 0{,}2 + 1{,}2^2 \cdot 0{,}2 + 3{,}2^2 \cdot 0{,}3$.

3) $m_n^* = \frac{14}{5}$; $D_n^* = \frac{14^2}{5^3} + \frac{1}{5^3} + \frac{6^2}{5^3} + \frac{16^2}{5^3}$.

6. Скористатися відповідними означеннями.

7. 1. $m_n^* = 1 - p$; $D_n^* = p(1-p)$; $\sigma_n^* = \sqrt{p(1-p)}$.

2. $m_n^* = 2 - p$; $D_n^* = p(1-p)$; $\sigma_n^* = \sqrt{p(1-p)}$.

8. 1.

x_i	1	2	3	4	5
p_i	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$

2. $m_n^* = 3$; $D_n^* = 2$; $\sigma_n^* = \sqrt{2}$.

9*.

x_i	1	2	…	r
p_i	$\frac{1}{r}$	$\frac{1}{r}$	…	$\frac{1}{r}$

$m_n^* = \frac{r+1}{2}$; $D_n^* = \frac{1}{r}((\frac{r-1}{2})^2 + (\frac{r-3}{2})^2 + \ldots + (\frac{r-(2r-1)}{2})^2)$, $\sigma_n^* = \sqrt{D_n^*}$.

14.

1. 1, 2, 4 – так; 3, 5 – ні. **2 – 3.** Скористатися КЗМ.

4. $m_n^* = b - \int\limits_a^b F_n^*(x)\,dx$; $D_n^* = 2\int\limits_a^b (b-x)\,F_n^*(x)\,dx - (\int\limits_a^b F_n^*(x)\,dx)^2$.

5. 1. $m_n^* = \frac{1}{3}$, $D_n^* = \frac{1}{81} - \frac{1}{9\cdot 12^3} + \frac{4}{9}\frac{125}{12^3} - \frac{16}{9}\frac{1}{12^3}$, $\sigma_n^* = \sqrt{D_n^*}$.

2. $m_n^* = \frac{1}{2}$, $D_n^* = \frac{1}{12}$, $\sigma_n^* = \sqrt{D_n^*}$.

3. $m_n^* = \frac{3}{2}$; $D_n^* = \frac{3}{4}$, $\sigma_n^* = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

4. $m_n^* = \frac{1}{4}$, $D_n^* = \frac{1}{48}$, $\sigma_n^* = \frac{\sqrt{3}}{12}$.

6. Скористатися відповідним означенням.

7. 1. Скористатися відповідними означеннями.

2. $m_n^* = \frac{1}{2}$, $D_n^* = \frac{1}{12}$; $\sigma_n^* = \frac{\sqrt{3}}{6}$.

15.

1. 1, 3, 5, 6 – ні; 2, 4, 7, 8 – так.

2. $1-(1-p)^m$. **3.** 1. 1) $P_n^*(B_{9,5}) = C_9^5(\frac{1}{2})^9$; 2) $P_n^*(B_{9,4}) = C_9^4(\frac{1}{2})^9$.

2. $P_n^*(B_{9,4}) = P_n^*(B_{9,5})$. 3. $P_n^*(B_{9,s}) = C_9^s(\frac{1}{2})^9, s \in \overline{0,9}$.

3. $P_n^*(B_{20,s}) = C_{20}^s(\frac{1}{2})^{20}$; $P_n^*(B_{20,5}) > P_n^*(B_{20,4})$.

4. Використати метод математичної індукції.

5. $\Omega_1^4 = \{(A,A,A,A),(A,A,A,\overline{A}),(A,A,\overline{A},A),(A,\overline{A},A,A),(\overline{A},A,A,A),$
$(A,A,\overline{A},\overline{A}),(A,\overline{A},\overline{A},A),(\overline{A},\overline{A},A,A),(A,\overline{A},A,\overline{A}),(\overline{A},A,A,\overline{A})(\overline{A},A,\overline{A},A),$
$(A,\overline{A},\overline{A},\overline{A}),(\overline{A},A\overline{A},\overline{A}),(\overline{A},\overline{A},A,\overline{A}),(\overline{A},\overline{A},\overline{A},A),(\overline{A},\overline{A},\overline{A},\overline{A})\}$;

$A_1 = \{(A,A,A,A),(A,A,A,\overline{A}),(A,A,\overline{A},A),(A,\overline{A},A,A),$
$(A,A,\overline{A},\overline{A}),(A,\overline{A},\overline{A},A),(A,\overline{A},A,\overline{A}),(A,\overline{A},\overline{A},\overline{A})\}$;

$A_2 = \{(A,A,A,A),(A,A,A,\overline{A}),(A,A,\overline{A},A),(\overline{A},A,A,A),$
$(A,A,\overline{A},\overline{A}),(\overline{A},AA,\overline{A}),(\overline{A},A,\overline{A},A),(\overline{A},A,\overline{A},\overline{A})\}$;

$A_3 = \{(A,A,A,A),(A,A,A,\overline{A}),(A,\overline{A},A,A),(\overline{A},A,A,A),$
$(\overline{A},\overline{A},A,A),(A,\overline{A}A,\overline{A}),(\overline{A},A,A,\overline{A}),(\overline{A},\overline{A},A,\overline{A})\}$;

$A_4 = \{(A,A,A,A),(A,A,\overline{A},A),(A,\overline{A},A,A),(\overline{A},A,A,A),$

$(A,\overline{A},\overline{A},A),(\overline{A},\overline{A}A,A),(\overline{A},A,\overline{A},A),(\overline{A},\overline{A},\overline{A},A)\}$.

6. 1) $A_k=\{(E_1,\ldots,E_m)\in\Omega_1^m : E_k=A\}$, k – фіксоване, $k\in\overline{1,m}$;

2) $\overline{A}_k=\{(E_1,\ldots,E_m)\in\Omega_1^m : E_k=\overline{A}\}$;

3) $A_1+\ldots+A_m=\{E=(E_1,\ldots,E_m)\in\Omega_1^m : E\neq(\overline{A},\ldots,\overline{A})\}$;

4) $B_{m,s}$ складається з тих $E=(E_1,\ldots,E_m)\in\Omega_1^m$, у яких рівно s координат – це A, а інші $(m-s)$ координат – це $\overline{A}$.

5) $B_{m,s}=\sum\limits_{\{i_{1,\ldots,}i_s\}}\prod\limits_{k=1}^{s}A_{i_k}\cdot\prod\limits_{k=1}^{m-s}\overline{A}_{j_k}$, де сума береться по усіляким $\{i_1,\ldots,i_s\}\subset\overline{1,m}$, а $\{j_1,\ldots,j_{m-s}\}=\overline{1,m}\setminus\{i_1,\ldots,i_s\}$;

6) $\widetilde{P}_m^*(A_1+\ldots+A_m)=1-(1-p)^m$; 7) $\widetilde{P}_m^*(B_{m,s})=C_m^s p^s(1-p)^{m-s}$.

7. Дивись задачу **6**.3.

8. $1-(\frac{5}{6})^4$. **9.** $1-(\frac{35}{36})^{24}$; $1-(\frac{5}{6})^4>1-(\frac{35}{36})^{24}$.

10. 1) $\frac{1002}{1024}$; 2) $\frac{252}{1024}$.

11. 1. $C_{10}^i(\frac{1}{5})^i(\frac{4}{5})^{10-i}, i\in\overline{0,10}$. 2. $i_0=[(10+1)\frac{1}{5}]=2$.

3. $C_{10}^1\frac{1}{5}\cdot(\frac{4}{5})^9+C_{10}^2(\frac{1}{5})^2\cdot(\frac{4}{5})^8+C_{10}^3(\frac{1}{5})^3\cdot(\frac{4}{5})^7$.

12. 1. $1-(0{,}99)^{200}-200(0{,}99)^{199}\cdot0{,}01-\frac{200\cdot199}{2}(0{,}99)^{198}\cdot(0{,}01)^2-$
$-\frac{200\cdot199\cdot198}{3!}(0{,}99)^{197}\cdot(0{,}01)^3$.

2. $s_0=2$. 3. Полігон відносних частот близький до графіка функції $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\frac{1}{\sqrt{2\cdot0{,}99}}e^{-\frac{(x-2)^2}{4\cdot0{,}99}}$.

13. 1. $C_{10}^2(\frac{1}{5})^2\cdot(\frac{4}{5})^3$. 2. 1) $s_0=2$; 2) $s_0=20$.

3. $\widetilde{P}_{10}(i)=C_{10}^i(\frac{1}{5})^i(\frac{4}{5})^{10-i}, i\in\overline{0,10}$.

1) i; 2) скористатися КЗМ;

3) $m_{10}^*=2$; $D_{10}^*=\frac{8}{5}$; $\sigma_{10}^*=\frac{2\sqrt{10}}{5}$.

14.* $P_m^*(i)=C_m^i p^i(1-p)^{m-i}$. 2. $s_0=[(m+1)p]$.

3. 3) $m_m^*=mp$. $D_{m^*}=mp(1-p)$, $\sigma_{m^*}=\sqrt{mp(1-p)}$

15. 1) $(\frac{1}{12})^6$; 2) $C_6^3(\frac{1}{12})^3\cdot(\frac{11}{12})^3$; 3) $\frac{1}{12}C_6^2(\frac{1}{12})^i\cdot(\frac{11}{12})^{6-i}, i\in\overline{0,6}$.

16. 1. $1-(\frac{499}{500})^{500}-\frac{3}{2}-(\frac{499}{500})^{499}$.

2. $s_0=1$.

17. $n \ge \frac{2-\lg 5}{2-\lg 99}$.

18. 1) $C_5^3(0{,}51)^3\cdot(0{,}49)^2$; 2) $(0{,}49)^5+5(0{,}51)\cdot(0{,}49)^4+10(0{,}51)^2(0{,}49)^3$;

3) $C_5^3(0{,}51)^3\cdot(0{,}49)^2+C_5^4(0{,}51)^4\cdot 0{,}49+(0{,}51)^5$.

19. 1) $5\cdot(0{,}2)(0{,}8)^4$; 2) $1-(0{,}8)^5$; 3) $(0{,}8)^5$; 4) $(0{,}2)^5$.

20. 1) $C_{100}^{10}\cdot(0{,}1)^{10}\cdot(0{,}9)^{90}$; 2) $\sum_{i=5}^{9}C_{100}^{i}\cdot(0{,}1)^i\cdot(0{,}9)^{100-i}$;

3) $\sum_{i=0}^{20}C_{100}^{i}\cdot(0{,}1)^i\cdot(0{,}9)^{100-i}$.

21. 1) – 2) $p(1-p)^3$; 3) $p(1-p)^3-p(1-p)^3$.

22. 1. 1) $C_9^i(0{,}2)^i(0{,}8)^{9-i}, i\in\overline{0{,}9}$; 2) $1-(0{,}8)^9-9(0{,}2)\cdot(0{,}8)^8$;

3) $\sum_{i=0}^{3}C_9^i\cdot(0{,}2)^i\cdot(0{,}8)^{9-i}$; 4) $1-(0{,}8)^9$.

2. $s_0=1$ або $s_0-1=1$; $\tilde{P}_9^*(\{1,2\})=3{,}6\cdot(0{,}8)^8$.

23. 1. 1) $1-(0{,}99)^{1000}$; 2) $C_{1000}^3\cdot(0{,}01)^3\cdot(0{,}99)^{997}$;

3) $\sum_{i=0}^{3}C_{1000}^i\cdot(0{,}01)^i\cdot(0{,}99)^{1000-i}$.

2. $s_0=10$; $\tilde{P}_{1000}^*(10)=C_{1000}^{10}(0{,}01)^{10}\cdot(0{,}99)^{990}$.

24. 1 1) $C_5^i(0{,}5)^5, i\in\overline{0{,}5}$; 2) $1-(0{,}5)^5$; 3) $\sum_{i=3}^{5}C_5^i\cdot(0{,}5)^5$.

2. $s_0=3$ або $s_0-1=2$; $P_5^*(\{2,3\})=20\cdot(0{,}5)^5$;

3. $m\ge\frac{2-\lg 5}{1-\lg 5}$.

25. 1. 1) $C_{10}^i(0{,}8)^i(0{,}2)^{10-i}, i\in\overline{0{,}10}$;

2) $10\cdot(0{,}8)^9\cdot 0{,}2+(0{,}8)^{10}$; 3) $1-(0{,}8)^{10}$.

2. $s_0=80$; $\tilde{P}_{10}^*(8)=C_{10}^8(0{,}8)^8\cdot(0{,}2)^2$.

26. $s_0=6$; $S_{\text{вип}}=72000$.

27. 1. $s_0=2$. 2. $\tilde{P}_{20000}^*(2)=C_{20000}^2(0{,}0001)^2\cdot(0{,}9999)^{19999}$.

3. За 2 дні.

16.

1. 1, 3, 5, 6, 7 – так, 2, 4 – ні.

2. 1) $S = S^*$, $X(\Gamma) = 0$, $X(Ц) = 1$ є випадковою величиною.

2) $S \neq S^*$, $S_X = S_X^*$, $X(\Gamma) = 0$, $X(Ц) = 1$ – не є випадковою величиною.

3. 1. $S = S^*$ і тому будь-яка функція $X(E)$, $E \in \Omega$ є випадковою величиною.

2. Ні.

4. Так. **5.** Так. **6.** Дивись задачі **2-5.**

7. Якщо $S = S^*$, то $X^{-1}(B) \in S$ для будь-якої функції $X(E)$, $E \in \Omega$.

8. Якщо $S \neq S^*$, то існує $B \subset \Omega : B \notin S$, а тому функція $X(E) = \begin{cases} 1, \text{коли } E \in B, \\ 0, \text{коли } E \notin B, \end{cases}$ не є випадковою величиною, коли $S_X \neq \{\varnothing, \Omega_X\}$.

9. $S_X = \{\varnothing, \{-1, 1\}, \{-1\}, \{1\}\}$. 1), 2) Якщо $A \in S$, то $X(E)$, $E \in \Omega$, є випадковою величиною, а якщо $A \notin S$, то не є; 3) $P_{nX}^*(\{1\}) = P_n^*(A)$, $P_{nX}^*(\{-1\}) = 1 - P_n^*(A)$.

10. 1. Так, вона є S-вимірною.

2. $P_{nX}^*(\{a\}) = 0$, коли $a < 0$,

$P_{nX}^*(\{a\}) = \lim\limits_{k \to \infty} (P_n^*((-\sqrt{a + \frac{1}{k}}; \sqrt{a + \frac{1}{k}})) - P_n^*((-\sqrt{a}; \sqrt{a}))$, коли $a \geq 0$.

11. Скористатися тим, що коли $f(x)$ неперервна на $\Omega = (a; b)$, то множина $(f < c)$ є відкритою для будь-якого числа c, а тому є об'єднанням своїх складових інтервалів.

12. 1. Дивись задачу **2.** 2. Якщо $X(E) = \begin{cases} 1, \text{коли } E = \Gamma, \\ 0, \text{коли } E = Ц, \end{cases}$ то $P_{nX}^*(1) = P_n^*(\Gamma)$, $P_{nX}^*(0) = P_n^*(Ц)$.

13. 1. 1) $\Omega = \{(x, x, x), (x, x, д), (x, д, д), (д, д, д)\}$;

2) $\Omega_X = \{0, 1, 2, 3\}$; 3) $S = S^*$; 4) $S \neq S^*$, а $S_X = S_X^*$.

2. Якщо $S = S^*$ і $S_X = S_X^*$ та $P_n^*(E) = \frac{1}{4}$, $E \in \Omega$, то $P_{nX}^*(i) = \frac{1}{4}$, $i \in \overline{0, 3}$.

14. 1. 1) $\Omega = \{c, нc, ннc, \ldots, \underbrace{н \ldots н}_{k-1}c, \ldots\}$.

2) $X(\underbrace{н \ldots н}_{k-1}c) = k$, тобто $\Omega_X = \{1, 2, \ldots\}$.

3) $S = S^*$; 4) $S \neq S^*$, а $S_X = S_X^*$.

2. Якщо $S = S^*$ і $S_X = S_X^*$, то $P_{nX}^*(k) = (0{,}03)^{k-1} \cdot 0{,}97$.

15. Скористатися рівністю $(X = x_0) = \prod_{i=1}^{\infty}(x_0 \le X < x_0 + \frac{1}{i})$.

16. Скористатися задачею **15** і тим, що $(X < C) = \sum_k (X = x_{i_k})$, де x_{i_k} – ті значення X, що є меншими за C.

17. 1. Якщо $\Omega_1^m = \{E = (E_1, \ldots, E_m) : E_i = A$ або $E_i = \overline{A}, i \in \overline{1, m}\}$, то $X(E) = k \in \{0, 1, \ldots, m\}$, де k – кількість координат $E_i = A$.

2. $S_m = S_m^*$, $\widetilde{P}_m^*(\{E\}) = p^i (1-p)^{m-i}$, де i – кількість координат $E_i = A$, а $p = P_n^*(A)$,

3. $X^{-1}(x_0) = (X = x_0) = B_{m, x_0}, x_0 \in \overline{0, m}$;

$\widetilde{P}_m^*(X^{-1}(x_0)) = C_m^{x_0} p^{x_0} (1-p)^{m-x_0}$.

4. Якщо змінити S так, щоб $S_m \neq S_m^*$, а $S_{mX} = S_{mX}^*$, то $X(E)$ вже не буде випадковою величиною.

17.

1. 1, 3, 6, 8, 10, 11, 14 – ні; 2, 5, 7, 9, 12, 13 – так.

2. Розглянути випадки: 1) $A = B \neq \Omega$; 2) $A = B = \Omega$; 3) $A \neq B = \Omega$; 4) $\Omega \neq A \neq B \neq \Omega$, $AB \neq \varnothing$; 5) $B \neq \Omega \neq A$, $A \bigcap B = \varnothing$.

3. $X(E) = E$, $E \in [0;1)$. **4.** $X(E) = \begin{cases} 1, \text{коли } E \in A, \\ 0, \text{коли } E \notin A, A \notin S \end{cases}$.

5. Довести, що $(|X| < C) = \begin{cases} \varnothing, \text{коли } C \le 0, \\ (X < C) \cdot (X > -C), \text{коли } C > 0, \end{cases}$

6. 1. Скористатися відповідними означеннями. 2. Ні. 3. Так. **7.** Ні.

8. 1. $\Omega_1^3 = \{E = (E_1, E_2, E_3) : E_i = A$ або $E_i = \overline{A}, i \in \overline{1, 3}\}$,

$$X_k((E_1, E_2, E_3)) = \begin{cases} 1, \text{коли } E_k = A, \\ 0, \text{коли } E_k \neq A. \end{cases}.$$

2. $\Omega_Y = \{0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1\}$, $P_{nY}^*(0) = (1-p)^3$, $P_{nY}^*(\frac{1}{3}) = 3p(1-p)^2$,

$P_{nY}^*(\frac{2}{3}) = 3p^2(1-p)$, $P_{nY}^*(1) = p^3$.

3. $Y(E)$ задає усі можливі значення $P_3^*(A)$.

9. 1. 1) – так; 4) і 7) – так або ні в залежності від простору S. 2), 3), 5), 6) – ні.

2. 1) 4)

x_k	-1	1
p_k	$P_n^*(\overline{A})$	$P_n^*(A)$

x_k	0	1	2	3
p_k	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

7)

x_k	0	1	$\dots$	k	$\dots$	m
p_k	$(1-p)^m$	$mp(1-p)^{m-1}$	$\dots$	$C_m^k(1-p)^{m-k}$	$\dots$	p^m

10. Довести, що $(X = x_0) = \prod\limits_{i=1}^{\infty}(\Omega - (X < x_0) - (X < x_0 + \frac{1}{i}))$ обернене твердження не є правильним.

11. Скористатися твердженням 1 задачі **6***.

12. 1) ні; 2) так; 3) так, коли $C = 0{,}4$ та ні, коли $C \neq 0{,}4$.

13. 1)

x_i	0	1	2	3
p_i	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

2)

x_i	0	1	2	3
p_i	$0{,}49 \cdot 0{,}51 \cdot 0{,}5$	$0{,}51 \cdot 0{,}51 \cdot 0{,}5 +$ $+0{,}49 \cdot 0{,}49 \cdot 0{,}5 +$ $+0{,}49 \cdot 0{,}51 \cdot 0{,}5$	$0{,}51 \cdot 0{,}49 \cdot 0{,}5 +$ $+0{,}49 \cdot 0{,}49 \cdot 0{,}5 +$ $+0{,}51 \cdot 0{,}51 \cdot 0{,}5$	$0{,}51 \cdot 0{,}49 \cdot 0{,}5$

14. 1) $P_n^*(A_i) = p \in (0;1)$; $X(E) = X(E_1, E_2, E_3, E_4) = C_4^i p^i (1-p)^{4-i}$, де $E_k \in \{A, \overline{A}\}$ і серед E_k рівно i дорівнює A, а інші – $\overline{A}$.

x_i	$0/4$	$1/4$	$2/4$	$3/4$	$4/4$
p_i	$(1-p)^4$	$4p(1-p)^3$	$6p^2(1-p)^2$	$4p^3(1-p)$	p^4

2)

x_i	$0/4$	$1/4$
p_i	$(1-p_1)(1-p_2)\cdot$ $(1-p_3)(1-p_n)$	$p_1(1-p_2)(1-p_3)(1-p_n) + (1-p_1)p_2(1-p_3)(1-p_4) +$ $+(1-p_1)(1-p_2)p_3(1-p_4) + (1-p_1)(1-p_2)(1-p_3)p_4$

$4/4$	$2/4$	$3/4$
$p_1p_2p_3p_4$	$p_1p_2(1-p_3)(1-p_4) + (1-p_1)p_2p_3(1-p_4) +$ $+(1-p_1)(1-p_2)p_3p_4 + p_1(1-p_2)(1-p_3)p_4 +$ $+p_1(1-p_2)p_3(1-p_4) + (1-p_1)p_2(1-p_3)p_4$	$p_1p_2p_3(1-p_4) +$ $+(1-p_1)p_2p_3p_4 +$ $+p_1(1-p_2)p_3p_4 +$ $+p_1p_2(1-p_3)p_4$

15. а) 1)

$x_i + y_n$	-1	0	1	2	3
P_m	0,02	0,09	0,26	0,33	0,3

2)

$x_i y_n$	-2	-1	0	1	2
P_m	0,12	0,06	0,37	0,15	0,3

б) вказати розподіли не можна.

18.

1. 1. Має, проте обчислити їх можна не єдиним способом.
2, 3, 4, 6 – так; 5, 7, 8, 9 – ні.

2. 1. $M_n^*[X]=\dfrac{7}{2}$; $D_n^*[X]=\dfrac{1}{6}(\dfrac{50}{4}+\dfrac{18}{4}+\dfrac{2}{4})=\dfrac{35}{12}$.

2. $M_n^*[X]=\dfrac{5}{2}$; $D_n^*[X]=\dfrac{5}{4}$.

3. $M_n^*[X]\approx a\approx D_n^*[X]$.

3. Скористатися відповідними означеннями.

4. Скористатися тим, що $m=\min x_i\le x_i\le M=\max x_i$, а $\left|x-M_n^*[X]\right|\le(M-m)$.

5. $3:1$. **6.** $3:1$. **7.** $11:5$. **8.** $M_n^*[X]=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}x_i$; $D_n^*[X]=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-M_n^*[X])^2$.

9. 1) $M_m^*[X]=mp$; $D_m^*[X]=mp(1-p)$; 2) $M_m^*[X]=20$; $D_m^*[X]=19{,}8$;

3) $M_m^*[X]=\dfrac{1-(1-p)^5}{p}$;

$$D_n^*[X]=\sum_{i=1}^{4}(i-M_n^*[X])^2\,p\,(1-p)^{i-1}+(5-M_n^*[X])^2(1-p)^4.$$

10. $M_n^*[X]=1{,}5$; $D_n^*[X]=2{,}25\cdot 0{,}06+0{,}25\cdot 0{,}38+0{,}25\cdot 0{,}56$.

11. 1. $\Omega=\{(i,j):i\in\overline{1{,}6},\ j\in\overline{1{,}6}\}$, $S=S^*$, $P_n^*(E)=\dfrac{1}{36}, E\in\Omega$.

1)

x_i	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
p_i	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

2) $M_n^*[X]=7$; $D_n^*[X]=\dfrac{35}{6}$.

3) $A_2=\Omega_X=\{2,3,\dots,12\}$; $A_6=\{6,7,\dots,12\}$, $A_{12}=\{12\}$.

2. Якщо $S=\{\varnothing,\Omega,\{(1,1)\},\Omega-\{(1,1)\}\}$, а $S_X=S_X^*$, то $X(E), E\in\Omega$, не є випадковою величиною.

12. 1) Наприклад, $X(E)$ і $Y(E)$, $E\in\Omega$ – індикатори подій A і $\overline{A}$ відповідно;

2) $(X+Y)(E)\equiv 1$, $(X\cdot Y)(E)\equiv 0$;

3) величини X та Y залежні.

4. Лише перша рівність виконується.

13.* Скористатися тим, що $(M_n^*[XY])^2-M_n^*[X^2]\cdot M_n^*[Y^2]$ може бути дискримінантом квадратного тричлена $M_n[X^2]\cdot t^2-2t\,M_n[XY]+$ $+M_n[Y^2]=f(t)$.

14.*Розкрити дужки і скористатися властивістю

$$M_n^*[\sum_{i=1}^{n}a_i X_i]=\sum_{i=1}^{n}a_i\,M_n^*[X_i].$$

19.

1. 1, 2, 3, 4, 5, 7 – так; 6 – ні.

2. 1. $m>250$. 2. $m>5000$. 3. $m>25000000$.

3. Скористатися відповідними означеннями.

20.

1. 1, 2, 3, 4, 5, 7 – так, 6 – ні.

2-5. Скористатися КЗМ.

6. 1. Ω складається з усіляких сполучень з N кульок по n, $S=S^*$, $P_n^*(E)=\dfrac{1}{C_N^n}, E\in\Omega$.

2. Скористатися формулою $C_m^k=\dfrac{m!}{k!(m-k)!}$.

3. $M_n^*[X]=\dfrac{N_1 n}{N}$; $D_n^*[X]=\dfrac{nN_1(N-N_1)}{N^2}(1-\dfrac{n-1}{N-1})$.

7-9. Для самостійної роботи.

Зміст